

Задание № 2

для самостоятельного изучения курса физики

1.Сделать конспект и изучить раздел «Проводники в электростатическом поле. Конденсаторы.»

».по приводимому конспекту лекции или по учебнику А.А. Детлаф,

Б.М. Яворский; параграфы :16.1,16.2,16.3,17.1,17.2,17.3

2.Решитьзадачи:NN:(сб.задач-Волькенштейн.В.С.)

.64,9.79,9.82,9.105,9.107,9.124.(сб.задач.-Чертов):

17.2,17.8,17.10,17,1617.18,17.23,18.3,18.7.

Проводники в электростатическом поле

5.1. Электростатическое поле проводника

5.2. Емкость проводника

5.3. Емкость конденсатора

5.4. Соединения конденсаторов

5.5. Энергия заряженного проводника и конденсатора

5.6. Энергия электрического поля

5.1. Электростатическое поле проводника

В металлических проводниках имеются свободные носители заряда – электроны. Если внешнее электрическое поле отсутствует, электрическое поле свободных электронов компенсируется полем положительных ионов. При внесении проводника в электрическое поле под действием этого поля свободные электроны проводника перемещаются, распределяясь таким образом, чтобы результирующее поле в проводнике стало равным нулю. *Явление перераспределения зарядов в проводнике под действием внешнего электростатического поля называется электростатической индукцией.* Заряды, возникающие при этом на поверхности проводника, называют индуцированными (наведенными).

Напряженность поля у поверхности проводника вне его направлена при этом перпендикулярно его поверхности, т.к. касательная составляющая поля вызвала бы движение зарядов, приводящее к компенсации касательной составляющей. Т.к. напряженность электростатического поля внутри

проводника всегда равна 0, потенциал во всех точках проводника должен быть одинаков (это следует из формулы связи напряженности и потенциала). Следовательно, весь объем проводника и его поверхность являются эквипотенциальными. Из теоремы Гаусса следует, что индуцированные заряды располагаются на поверхности проводника.

Вычислим напряженность поля вблизи поверхности проводника, используя теорему Гаусса. Охватим часть поверхности проводника (рис. 5.1) замкнутой поверхностью S , имеющей форму цилиндра, ось которого перпендикулярна поверхности проводника. $dS_1 = dS_2 = dS$ – площади оснований цилиндра. Поток через $dS_2 = 0$, т.к. поле внутри проводника равно нулю. Если $h \rightarrow 0$, то поток через боковую поверхность будет равен нулю. Сумма зарядов, охваченных поверхностью, равна σdS , где σ – поверхностная плотность зарядов, находящихся на поверхности проводника. Следовательно, $D_n dS = \sigma dS$, откуда

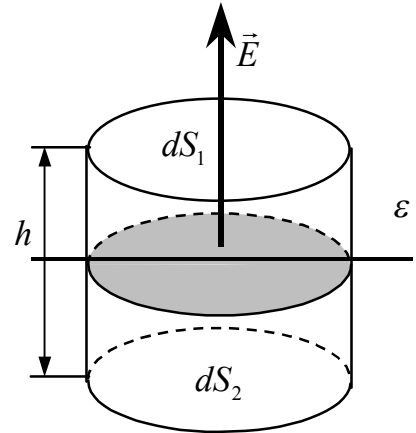


Рис.5.1

$$D_n = \sigma \quad (5.1).$$

Напряженность электрического поля вблизи поверхности проводника

$$E_n = \frac{D_n}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} \quad (5.2),$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник. Напряженность поля будет больше там, где больше поверхностная плотность зарядов. Это наблюдается в местах с меньшим радиусом кривизны поверхности проводника.

5.2. Емкость проводника

Избыточный заряд, сообщенный проводнику, распределяется по его поверхности и для уединенного проводника характер распределения зависит только от формы поверхности проводника. При сообщении следующей порции заряда характер его распределения не изменится. Изменится лишь значение поверхностной плотности заряда в каждой точке поверхности.

Потенциал, создаваемый проводником в любой точке пространства, в том числе потенциал самого проводника, пропорционален его заряду. Следовательно, между зарядом проводника и его потенциалом существует линейная зависимость

$$q = C\varphi,$$

где C – емкость проводника, зависящая от формы и размеров проводника, а также диэлектрической проницаемости окружающей среды. Т.о. **емкость проводника можно определить как отношение заряда проводника к его потенциалу:**

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad (5.3)$$

при этом обычно предполагают, что потенциал поля, созданного проводником в бесконечно удаленной точке, равен 0.

Измеряется емкость в фарадах $\Phi = \text{Кл/В}$. В технике емкость часто измеряют в долях единиц: $1\text{мк}\Phi=10^{-6}\Phi$, $1\text{н}\Phi=10^{-9}\Phi$, $1\text{п}\Phi=10^{-12}\Phi$.

В качестве примера вычислим емкость уединенного проводящего шара радиуса R , находящегося в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ .

Найдем выражение для напряженности поля, применив теорему Гаусса для диэлектриков. Из соображений симметрии следует, что линии вектора электрического смещения должны быть радиальными, начинающимися на поверхности шара. Поэтому в качестве гауссовой поверхности возьмем сферу радиуса r , концентричную с шаром. Тогда по теореме Гаусса $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = D_r 4\pi r^2 = q$, откуда $D_r = \frac{q}{4\pi r^2}$. Напряженность поля найдется как

$$E_r = \frac{D_r}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2} = \frac{kq}{\epsilon r^2}. \quad (5.4)$$

Для нахождения потенциала шара используем связь между напряженностью и потенциалом: $E_r = -\frac{d\varphi}{dr}$. Тогда потенциал шара

$$\varphi = \int_0^{\varphi} d\varphi = -\int_{\infty}^R E_r dr = -\frac{kq}{\epsilon} \int_{\infty}^R \frac{dr}{r^2} = \frac{kq}{\epsilon R},$$

т. е. емкость шара

$$C = \frac{q\epsilon R}{kq} = \frac{\epsilon R}{k} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R. \quad (5.5)$$

Рис. 5.3

Выясним, как влияет на емкость проводника наличие вблизи него других незаряженных проводников. Предположим для простоты, что заряженный проводник имеет форму шара радиуса R . Уединенный заряженный шар 1 (рис. 5.2) создает в произвольной точке М поле с напряженностью

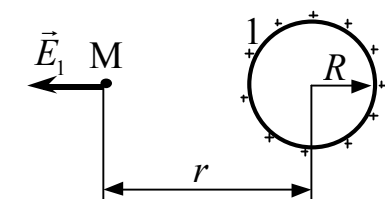
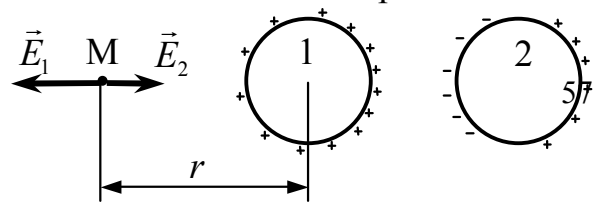


Рис. 5.2



$E_r = kq/(\varepsilon r^2)$. Поместим справа от заряженного шара незаряженный проводник 2. Под действием поля шара в проводнике 2 произойдет перераспределение зарядов (рис. 5.3.). На ближайшем к шару участке индуцируются отрицательные заряды, а на противоположном – положительные. Перераспределятся заряды также и на первом проводнике, таким образом, чтобы скомпенсировать внутри первого проводника поле, созданное перераспределенными зарядами второго проводника. В результате перераспределения зарядов в обоих проводниках напряженность в точке М

$E'_r < E_r$. Поэтому потенциал неединенного шара $\varphi' = -\int_{\infty}^R E'_r dr < \varphi$. Так как

$C' = \frac{q}{\varphi'}$, то $C' > C$, т.е. *емкость неединенного проводника всегда больше емкости единенного этого же проводника.*

5.3. Емкость конденсатора

Конденсатором называют систему из двух проводников, заряды которых равны по модулю и противоположны по знаку: $+q$ и $-q$. Конденсаторы используются в различных электрических схемах и предназначены или для накопления зарядов, или для преобразования электрических сигналов. Проводники, образующие конденсатор, называют обкладками. Обозначим через φ_1 потенциал обкладки, имеющей заряд $-q$, φ_2 – потенциал обкладки с зарядом $+q$. Разность потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ часто обозначают как U и называют напряжением на конденсаторе.

Емкостью конденсатора называют величину C , равную отношению заряда обкладок к напряжению на конденсаторе

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}. \quad (5.6)$$

Как показывает опыт, емкость конденсатора не зависит ни от заряда, ни от напряжения, а определяется формой, размерами, взаимным расположением обкладок, а также диэлектрической проницаемостью среды, заполняющей пространство между обкладками. Форма обкладок определяет название конденсатора: плоский, сферический, цилиндрический и т.д.

Плоский конденсатор – это система из двух плоских параллельных пластин площадью S каждая, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε . Расстояние между пластинами d будем считать гораздо меньшим, чем линейные размеры пластин. Рассчитаем емкость плоского конденсатора.

В первом приближении поле плоского конденсатора можно считать таким же, как поле двух бесконечных параллельных равномерно заряженных плоскостей с поверхностной плотностью свободных зарядов $-\sigma$ и $+\sigma$.

Учитывая, что при расчете электрической индукции необходимо учитывать только свободные заряды, получим, что каждая из плоскостей создает поле с индукцией $D_{1,2} = \frac{\sigma}{2}$. Индукция, созданная обеими плоскостями, по принципу суперпозиции $\vec{D} = \vec{D}_1 + \vec{D}_2$. Как видно из рис. 5.4, между плоскостями индукции направлены одинаково, вне плоскостей – противоположно. Поэтому поле вне плоскостей равно 0, а между плоскостями электрическая индукция равна $D = \sigma$. Соответственно, напряженность поля между плоскостями $E = \frac{D}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$. Эта же формула приблизительно справедлива и для плоского конденсатора (если пренебречь краевыми эффектами).

Напряжение на конденсаторе $U = \varphi_2 - \varphi_1 = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\int_{x_1}^{x_2} E_x dx$, где ось X перпендикулярна плоскостям и направлена от отрицательно заряженной к положительно заряженной. Т.к. напряженность поля противоположна оси X , необходимо взять $E_x = -\frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$.

$$\text{Тогда } \Delta\varphi = -\int_{x_1}^{x_2} \left(-\frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}\right) dx = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}(x_2 - x_1) = \frac{\sigma d}{\epsilon\epsilon_0}.$$

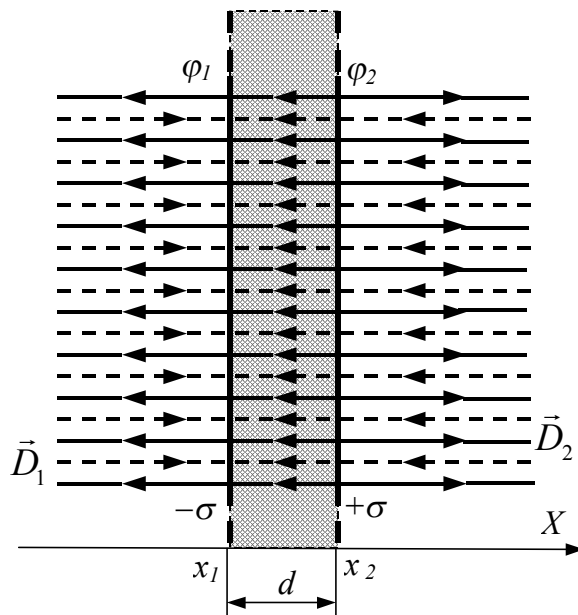


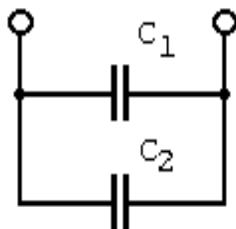
Рис. 5.4

Следовательно, емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma d}{\epsilon\epsilon_0}} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}. \quad (5.7)$$

5.4. Соединения конденсаторов

а) параллельное соединение



Для получения требуемой емкости и изменения рабочего напряжения конденсаторы соединяют в батарее последовательно, параллельно или смешанно. При параллельном соединении конденсаторов (рис. 5.5)

напряжения на них равны: $U_1 = U_2 = U$. Т.к. $U = q/C$, то заряд батареи $q = q_1 + q_2 = C_1 U + C_2 U$. Емкость батареи $C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2$. Для произвольного количества параллельно соединенных конденсаторов

$$C = \sum_i C_i. \quad (5.8)$$

б) последовательное соединение



При последовательном соединении (рис. 5.6) напряжение батареи равно сумме напряжений конденсаторов, а заряды конденсаторов одинаковы, т.е.

Рис. 5.6

$U = U_1 + U_2$, $q = q_1 = q_2$. С учетом того, что $U = \frac{q}{C}$, имеем $U = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}$.

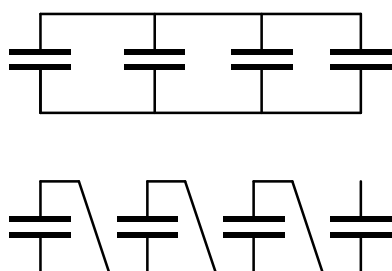
Емкость батареи

$$C = \frac{q}{U} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}. \quad (5.9)$$

Для произвольного количества последовательно соединенных конденсаторов емкость батареи может быть найдена из соотношения

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (5.10)$$

При последовательном соединении пробивное напряжение батареи больше, чем пробивное напряжение отдельного конденсатора, а емкость будет меньше минимальной емкости отдельного конденсатора.



Соединение конденсаторов в батарею используется, например, для создания высоковольтных импульсов (рис. 5. 7). При переключении батареи параллельно

Рис. 5.7

соединенных заряженных конденсаторов на последовательное соединение генерируется импульс напряжения в N раз больший, чем напряжение одного конденсатора, где N – количество конденсаторов в батарее.

5.5. Энергия заряженного проводника и конденсатора

Сообщение заряда проводнику связано с совершением работы по преодолению сил кулоновского отталкивания. Эта работа идет на увеличение электрической энергии проводника. Элементарная работа dA по перенесению малого заряда dq из бесконечности на уединенный проводник равна $dA = \varphi dq = C\varphi d\varphi$, т.к. $dq = C d\varphi$. Здесь φ – потенциал проводника, а C – его емкость. Работа по сообщению проводнику потенциала φ равна $A = \int_0^\varphi C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}$. С учетом того, что $q = C\varphi$, энергия проводника может быть выражена как

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}. \quad (5.11)$$

Аналогичные выражения получаются и для конденсатора

$$W = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\Delta\varphi}{2}. \quad (5.12)$$

Для конденсатора последнее выражение представим в виде

$$W = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^2 q_i\varphi_i,$$

тогда для произвольной системы проводников $W = \frac{1}{2}\sum_i q_i\varphi_i$, где φ_i – потенциал i -го проводника в поле, созданном остальными проводниками.

5.6. Энергия электрического поля

Получим выражение для энергии электрического поля на примере плоского конденсатора. Для плоского конденсатора справедливы выражения

$$W = \frac{CU^2}{2}, \quad C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}, \quad U = E \cdot d, \text{ следовательно,}$$

$$W = \frac{\epsilon_0\epsilon S E^2 d^2}{2d} = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} V = w_E V,$$

где V – объем, в котором сосредоточено электрическое поле конденсатора;

$$w_E = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} - \quad (5.13)$$

объемная плотность энергии электрического поля.

Преобразуем выражение для объемной плотности энергии электрического поля. С учетом того, что $\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} = (1 + \varepsilon) \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, объемная плотность энергии электрического поля

$$w_E = \frac{\vec{D} \vec{E}}{2} = \frac{(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \vec{E}}{2} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\vec{P} \vec{E}}{2}. \quad (5.14)$$

Первое слагаемое данного выражения есть плотность энергии поля, созданного свободными зарядами, второе слагаемое – плотность энергии поляризованного диэлектрика.

Литература

1. Детлаф А. А. Курс физики / А. А., Б. М. Яворский. – М.: Высшая школа, 2000.
2. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. - М.: Наука, 2002.
3. Чертов А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - М.: Высшая школа, 1988.